Lycée Augustin Fresnel

Livret de préparation à l’entrée en seconde Mathématiques

Ce livret a été conçu pour vous, élèves de $3^{\text{ème}}$ qui allez intégrer la classe de 2^{nde} à la rentrée de septembre. Il s’agit d’exercices reprenant une partie des notions étudiées en $3^{\text{ème}}$, à traiter avec sérieux pour aborder l’année de 2^{nde} en mathématiques dans les meilleures conditions.

Quelques conseils d'organisation :

• Échelonner votre travail sur plusieurs semaines : ne pas commencer la veille de la rentrée.

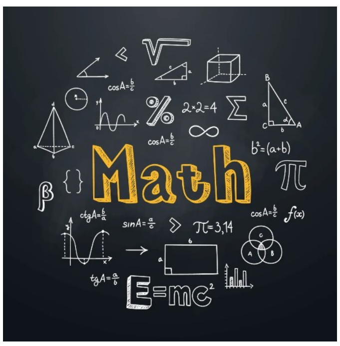
• S'assurer que l'on maîtrise le rappel de cours avant de faire les exercices .

• Faire attention au soin et à la rédaction : travaillez avec rigueur.

• Si vous ne réussissez pas à faire un exercice, n'abandonnez pas et allez rouvrir vos cahiers de $3^{\text{ème}}$ pour y retrouver un exercice du même type.

C’est en bloquant, en se trompant, en se rendant compte de ses erreurs et en les corrigeant que l’on progresse en mathématiques. En effet, buter sur un problème est la meilleure façon de voir ce qu'il vous a manqué pour arriver au résultat. Contempler la solution d'un exercice qu'on n'a pas cherché ne fait pas progresser

Bonnes révisions



Calculs fractionnaires

Rappels de cours

Pour **additionner** ou **soustraire** deux fractions, il faut d'abord les réduire au même dénominateur et ensuite appliquer la règle de cours :

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Pour **multiplier** deux fractions entre elles, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux selon la règle suivante :

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}.$$

On peut également simplifier une fraction en décomposant le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers.

Pour **diviser** par une fraction, il suffit de multiplier par son inverse en appliquant la règle suivante :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c} \quad \text{et} \quad \frac{n}{\frac{c}{d}}=n\times\frac{d}{c}=\frac{n\times d}{c}$$

<u>**Exercice 1**</u>

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A=\frac{3}{4}+\frac{9}{24} \qquad B=\frac{7}{12}-\frac{-3}{8} \qquad C=\frac{5}{4}\times\frac{12}{15} \qquad D=\frac{\frac{-4}{7}}{\frac{8}{21}} \qquad E=12-\frac{5}{6} \qquad F=\frac{5}{7}+\frac{4}{21}\times\frac{3}{2}$$

$$G=\frac{11}{13}-\frac{\frac{2}{26}}{\frac{-4}{2}} \qquad H=\frac{3}{4}-\frac{5}{7}\times\frac{3}{10} \qquad I=\frac{5}{9}-\frac{26}{\frac{5}{7}}$$

<u>**Exercice 2**</u>

Simplifier les écritures suivantes :

$$A=8x\times(-9x) \qquad B=7y^2\times13y \qquad C=9t\times\frac{6}{t} \qquad D=3u^3\times\frac{-7}{u^4} \qquad E=-3\frac{c^4}{5}\times\frac{1}{-2c}$$

Calcul littéral

Rappels sur la **distributivité**

- Pour tous nombres réels a,b et k on a :

$$k(a+b)=ka+kb$$

- Pour tous nombres a,b,c et d on a :

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

Ces propriétés permettent de <u>développer</u> ou de <u>factoriser</u> une expression.
Factoriser une expression, c'est transformer une somme (ou une différence) en un produit.
Développer une expression c'est transformer un produit en une somme (ou une différence).

Exercice 1

Développer les expressions suivantes :

1) $A=-5(x-3)$ 2) $B=2x(x^3-5x^2+3)$ 3) $C=(-5x+7)(3x+2)$
4) $D=(2x^2-5)(3x-5x^3)$ 5) $E=(-7x-8)(-4x+3)$ 6) $F=(x+7)^2$

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes à l'aide d'un facteur commun.

1) $A=9x-6$
2) $B=8x^2-6x^4+2x^3$
3) $C=(2x-3)(4x+2)+(2x-3)(-5x-1)$
4) $D=(-3x+2)(-7x+1)-(-7x+1)(8x+7)$
5) $E=(5x-4)(3x+2)+(5x-4)$
6) $F=(-9x+2)-(-3x+7)(-9x+2)$

Résolutions d'équations

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles par lesquelles on peut remplacer l'inconnue pour que l'égalité soit vérifiée.

Méthode de résolutions d'équations du premier degré : on regroupe les termes inconnus dans un des membres (souvent à gauche), puis les termes constants dans l'autre membre (souvent à droite), et enfin on divise par le coefficient de l'inconnue.

Exemples:

$3x-7=8$ $3x-7\mathbf{+7}=8\mathbf{+7}$ 3x=15 $\frac{3x}{\mathbf{3}}=\frac{15}{\mathbf{3}}$ $x=5$	$2x-6=5x+9$ $2x-6\mathbf{+6}=5x+9\mathbf{+6}$ 2x=5x+15 $2x\mathbf{-5x}=5x+15\mathbf{-5x}$ -3x=15 $\frac{-3x}{\mathbf{-3}}=\frac{15}{\mathbf{-3}}$ $x=-5$

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

1) $7x+9=2$ 2) $-5x-7=3$ 3) $8x-2=6-3x$ 4) $-11x+4=7x-2$ 5) $\frac{3}{2}x+5=\frac{1}{4}x+5$

6) $5(2x-3)=-3x+5$ 7) $\frac{3m-5}{23}=\frac{m-89}{23}$ 8) $\frac{x}{6}=\frac{7}{9}$ 9) $\frac{5}{x}=\frac{8}{3}$

Règle du produit nul

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un des facteurs est nul.
Autrement dit : $Si\; A\times B=0$ alors $A=0$ ou $B=0$

Exemple :

Résoudre $(3x-5)(x+9)=0$
C'est un produit égal à 0, donc d'après la règle du produit nul :
Soit $3x-5=0$ ou $x+9=0$

$3x=5$ $\qquad x=-9$

$x=\frac{5}{3}$

Les solutions de l'équation sont $\frac{5}{3}$ et -9 .

Exercice : Résoudre les équations produits suivantes

A) $(3x-9)(2x+7)=0$ B) $(-5x-3)(6x+1)=0$ C) $x(-5x-3)=0$ D) $(5x-8)^2=0$

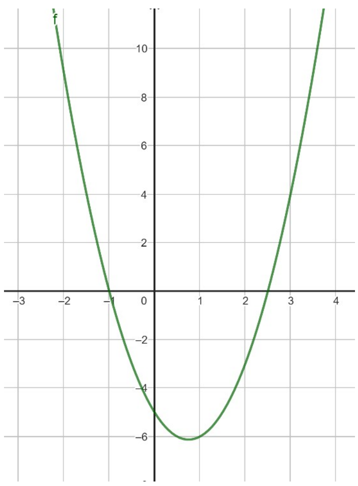
E) $(x-3)(5x+7)(-2x-3)=0$

Fonctions

*R*appels de cours :

Une fonction est un processus, qui à chaque valeur du nombre x, associe un unique nombre y,noté $f(x)$,appelé **l'image** de x par f. On écrit $f: x\rightarrow f(x)$

On dit que x est un **antécédent** de y par f lorsque $y=f(x)$**.**

Par le calcul	**Graphiquement**
<u>Exercice</u> Soit f la fonction définie par $f(x)=3x^2+7x$. Calculer les images de : a. 2 b. -5 c. 0 d. $\sqrt{5}$ **<u>Exercice</u>** Soit h la fonction définie par $h(x)=3x-8$. Déterminer le(s) antécédent(s) par la fonction f de : a. -4 b. 5 c. 0	 1) Déterminer graphiquement l'image de : a. -1 b. 1 c. 3 2) Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de : a. 10 b. 0

Fonctions affines

Une fonction affine est une fonction pouvant s'écrire sous la forme $f(x)=ax+b$.

Par exemple : $f:x\rightarrow -2x+1$ est une fonction affine car elle est de la forme $f(x)=ax+b$ avec $a=-2$ et $b=1$.
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

- Le nombre a est appelé **le coefficient directeur** (ou pente) de la droite.
- Le nombre b est appelé **l'ordonnée à l'origine** de la droite.

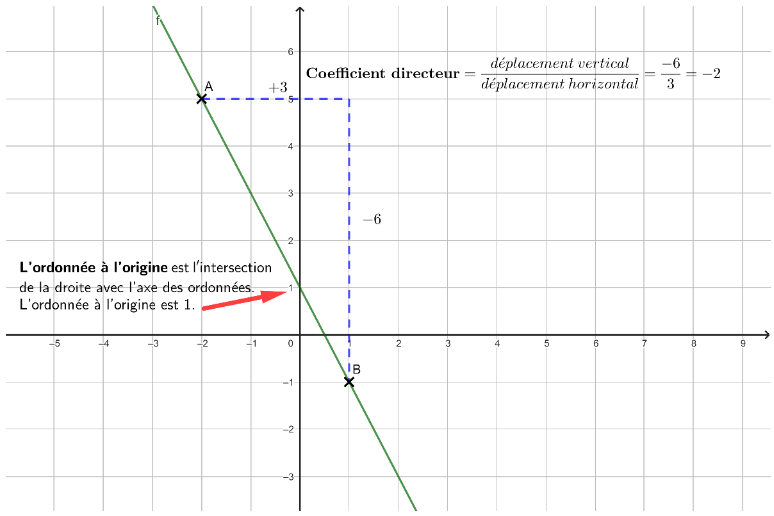
Ces deux nombres peuvent se déterminer grâce à la droite.

Par exemple : sur la représentation graphique ci-contre, on choisit deux points A et B.
En se déplaçant de A vers B, on se déplace de +3 à l'horizontal et de -6 à la verticale.

Le **coefficient directeur** se calcule avec le quotient :
$a=\dfrac{déplacement\ vertical}{déplacement\ horizontal}=\dfrac{-6}{3}=-2$.

L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées. Ici : $b=1$

Donc cette droite représente la fonction $f:x\rightarrow -2x+1$.



Exercice

Déterminer l'expression de chacune des fonctions affines représentées ci-contre.

$f_1(x)=$…………………

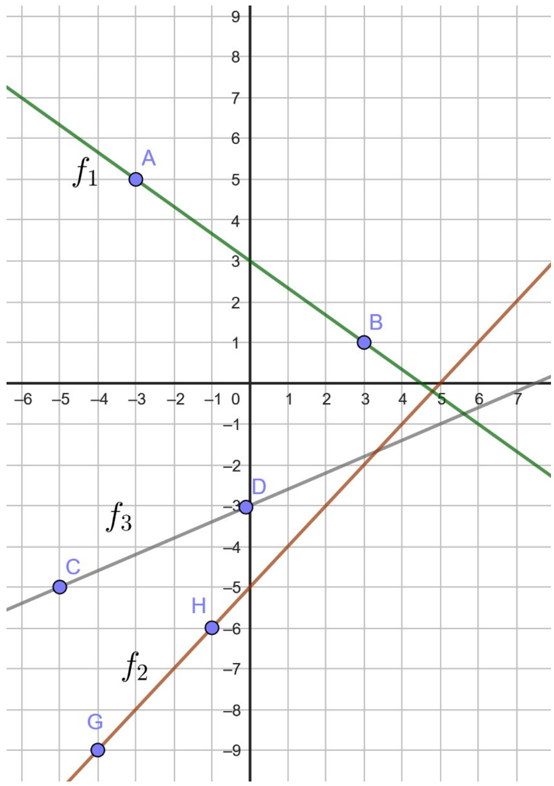
$f_2(x)=$………………..

$f_3(x)=$……………….

2) Tracer sur ce même graphique les fonctions suivantes :

$f(x)=2x-1$ et $g(x)=-0{,}5x+3$

3) Déterminer par le calcul un nombre qui a la même image par f et par g.

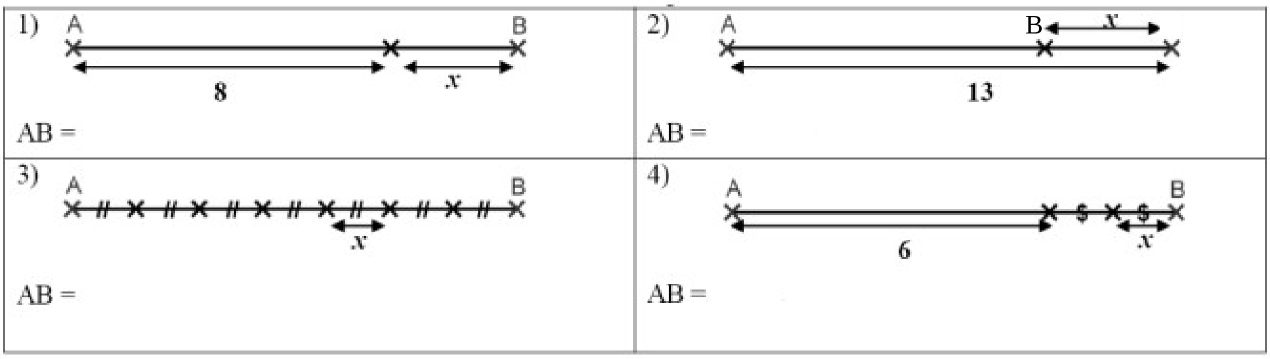


Exprimer en fonction de x

Ecrire un résultat en fonction de x c'est écrire une expression littérale contenant la lettre x.

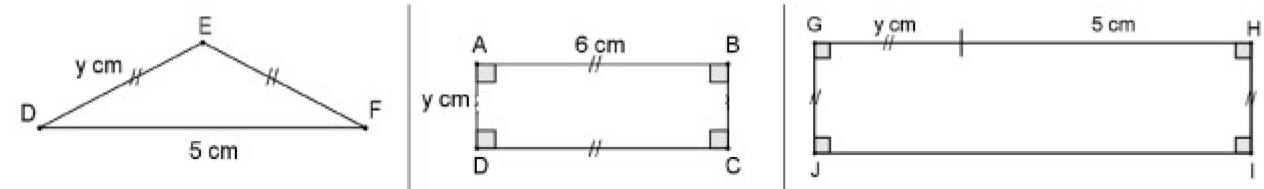
Exemple : Un stylo coûte x euros et un cahier coûte 2 euros de plus qu'un stylo. Le prix du cahier est donc $x+2$ (Nous avons exprimé le prix du cahier en fonction de x).

Exercice : Exprimer dans chacun des cas la longueur AB en fonction de x.



Exercice

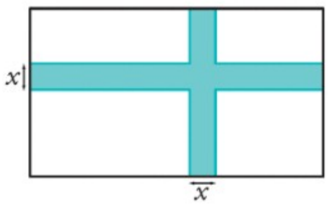
Exprimez en fonction de y les périmètres des figures suivantes.



$\mathcal{P}_{DEF}$ = $\mathcal{P}_{ABCD}$ = $\mathcal{P}_{GHIJ}$ =

<u>Exercice</u>

On considère un rectangle de longueur 7 et de largeur 5. On trace à l'intérieur de celui-ci une croix de largeur x variable comme indiqué ci-dessous.



Exprimer l'aire A(x) de la croix en fonction de x.

<u>Exercice</u>

On considère un rectangle ABCD de dimensions AB=6 cm et BC=8cm.
Sur le côté [AB], on place un point M quelconque. On considère ensuite les N sur [BC], P sur [CD] et Q sur [DA] tels que AM=BN=CP=DQ.
On pose AM=x. On appelle f la fonction qui à x associe la valeur de l'aire de MNPQ .

Démontrer que $f(x)=2x^2-14x+48$.